

Poniedziałek, 06.04.2020

Temat: Funkcje- zadania utrwalające.

Cel lekcji:

- Utrwalenie wiadomości z działu funkcje;
- Stosowanie poznanych wiadomości w zadaniach;

Przykład.

Mając funkcję $y = 2x - 3$

- wykonaj wykres funkcji liniowej w zbiorze liczb rzeczywistych
- odczytaj z wykresu miejsce zerowe funkcji
- sprawdź na podstawie obliczeń, czy dobrze podałeś współrzędne miejsca zerowego funkcji
- podaj współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami X i Y
- dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie, a dla jakich ujemne (z wykresu i obliczeń)
- czy punkt (100, 198) należy do wykresu
- dla jakiego argumentu x wartość funkcji wynosi 4
- podaj wartość funkcji dla argumentu -10
- oblicz dla jakich argumentów wartości funkcji są większe od 5

Rozwiązanie to tego zadania znajdziesz na stronie:

<https://matfiz24.pl/funkcja-liniowa/sprawdzian-z-funkcji-liniowej>

Wzorując się na powyższych przykładach wykonaj następujące zadanie:

Zad. 1

Mając daną funkcję $y = -2x - 1$ określoną w zbiorze liczb rzeczywistych:

- wykonaj wykres funkcji w podanym przedziale
- podaj dziedzinę i zbiór wartości tak określonej funkcji
- odczytaj z wykresu, a następnie oblicz miejsce zerowe (czy dobrze odczytałeś miejsce zerowe z wykresu)
- podaj współrzędne punktów przecięcia z osiami X i Y
- odczytaj z wykresu dla jakich argumentów wartości są dodatnie, a dla jakich ujemne (odczytany wynik z wykresu poprzyj obliczeniami)
- czy punkt (-1; 1,5) należy do wykresu funkcji
- dla jakiego argumentu x wartość funkcji wynosi -2
- oblicz dla jakich argumentów wartości funkcji są nie mniejsze od 1
- oblicz dla jakich argumentów wartości funkcji są nie większe od -2

Podręcznik

Zad. 1/182

Wtorek, 07.04.2020

Temat: Funkcje- zadania.

Cel lekcji:

- Utrwalenie wiadomości z działu funkcje;
- Stosowanie poznanych wiadomości w zadaniach;

Na dzisiejszej lekcji nauczymy się jak znajdować równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty. Jest to zagadnienie bardzo często wykorzystywane w geometrii analitycznej i pojawiające się na sprawdzianach oraz maturze. Poznamy dzisiaj trzy sposoby wyznaczania takiej prostej.

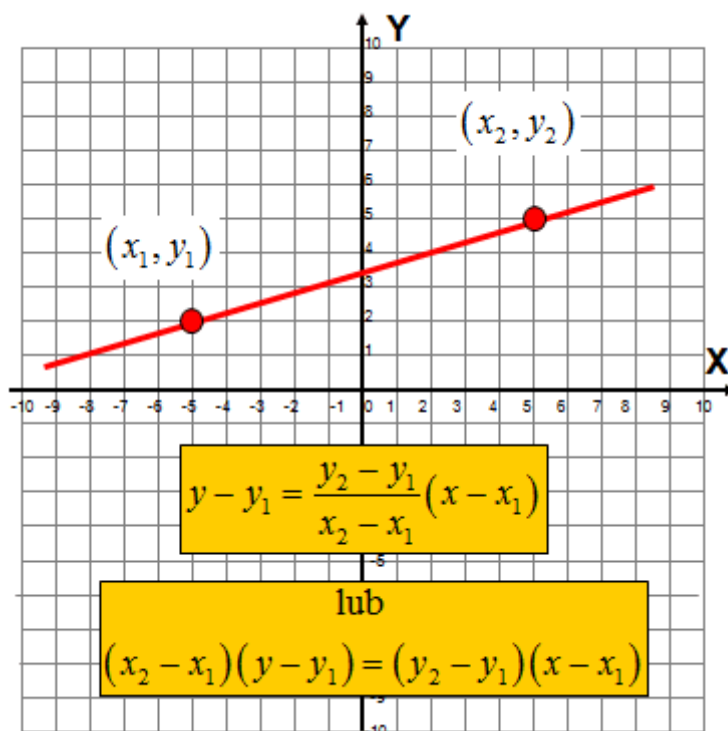
Jest kilka metod dzięki którym możesz podać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty:

- Wzory na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty
- Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty i współczynnik kierunkowy
- Metoda układu równań

Sposób I

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty jest przedstawiane zazwyczaj w dwóch równoważnych postaciach. Wzory są w żółtych ramkach.



Wzory na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

$$A=(x_1; y_1) \text{ oraz } B=(x_2; y_2)$$

Zobacz wzory:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

lub

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

Są to dwie najczęściej wykorzystywane postacie równania prostej przechodzącej przez dwa punkty.

Zadanie.

Podaj wzór funkcji liniowej przechodzącej przez dwa punkty (wykorzystaj wzór).
(2, -3) i (-5, 4)

Rozwiązanie.

Do wzoru:

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

Wstawiamy współrzędne punktów:

$$(x_1, y_1) \text{ i } (x_2, y_2)$$

$$(2, -3) \text{ i } (-5, 4)$$

Otrzymujemy wyrażenie:

$$(-5 - 2)(y - (-3)) = (4 - (-3))(x - 2)$$

Redukujemy wyrazy podobne:

$$-7(y + 3) = 7(x - 2) \quad | : (-7)$$

Rozwiązujemy równanie:

$$y + 3 = -(x - 2)$$

$$y + 3 = -x + 2$$

$$y = -x - 1$$

Ostatni wiersz jest równaniem prostej przechodzącej przez dwa punkty.

II Sposób Metoda ze współczynnikiem kierunkowym

Zadanie.

Podaj wzór funkcji liniowej przechodzącej przez dwa punkty (współczynnik kierunkowy prostej oblicz ze wzoru).

a) (3, 4) i (5, 8)

Rozwiązanie.

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ \text{a) } & (3, 4) & (5, 8) \end{matrix}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{8 - 4}{5 - 3}$$

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

$$a = 2$$

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) \\ (3, 4) \end{matrix}$$

$$y = ax + b$$

$$4 = 2 \cdot 3 + b$$

$$4 = 6 + b$$

$$b = -2$$

$$y = ax + b$$

$$y = 2x - 2$$

Odpowiedź: Wzór funkcji w postaci kierunkowej to: $y = 2x - 2$

Zadanie.

Podaj wzór funkcji przechodzącej przez dwa punkty. Współczynnik kierunkowy prostej oblicz ze wzoru. Przez jakie ćwiartki przechodzi wykres funkcji? Określ monotoniczność funkcji.

b) (-2, -3) i (4, -1)

Rozwiązanie.

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ (-2, -3) & (4, -1) \end{matrix}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-3)}{4 - (-2)} = \frac{-1 + 3}{4 + 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{matrix} x & y \\ \parallel & \parallel \\ (-2, -3) & a = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

$$y = a \cdot x + b$$

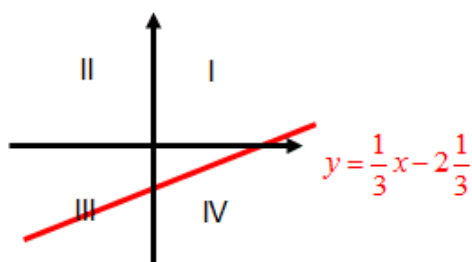
$$-3 = \frac{1}{3} \cdot (-2) + b$$

$$-3 = -\frac{2}{3} + b$$

$$-3 + \frac{2}{3} = b$$

$$b = -2\frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3}$$



Odp.: Szukany wzór funkcji ma postać: $y = \frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3}$

Funkcja jest rosnąca, ponieważ współczynnik kierunkowy a jest dodatni, funkcja przechodzi

III Sposób

Metoda wyznaczania równania prostej przechodzącej przez dwa punkty z układu równań

Załóżmy, że chcemy wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (5, 6)$ oraz $B = (7, 11)$.

Zapisujemy równanie prostej w postaci kierunkowej:

$$y = ax + b$$

Podstawiamy do tego równania współrzędne punktu A :

$$6 = a \cdot 5 + b$$

oraz punktu B :

$$11 = a \cdot 7 + b$$

W ten sposób otrzymujemy dwa równania z dwiema niewiadomymi a oraz b :

$$\begin{cases} 6 = 5a + b \\ 11 = 7a + b \end{cases}$$

Rozwiązujemy powyższy układ równań, np. odejmując równania stronami:

$$6 - 11 = 5a - 7a$$

$$-5 = -2a$$

$$a = \frac{5}{2}$$

Zatem np. z pierwszego równania:

$$b = 6 - 5a = 6 - 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{12}{2} - \frac{25}{2} = -\frac{13}{2}$$

Czyli ostatecznie szukane równanie prostej jest postaci:

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}$$

Zadanie do samodzielnego wykonania (wykonaj je trzema powyższymi sposobami):

Zadanie

Dane są punkty $A = (0, 2)$ oraz $B = (2, 1)$. Wyznacz równanie prostej AB .