

Poniedziałek, 06.04.2020

Temat: Funkcje- zadania utrwalające.

Cel lekcji:

- Utrwalenie wiadomości z działu funkcje;
- Stosowanie poznanych wiadomości w zadaniach;

Przykład.

Mając funkcję $y = 2x - 3$

- wykonaj wykres funkcji liniowej w zbiorze liczb rzeczywistych
- odczytaj z wykresu miejsce zerowe funkcji
- sprawdź na podstawie obliczeń, czy dobrze podałeś współrzędne miejsca zerowego funkcji
- podaj współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami X i Y
- dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie, a dla jakich ujemne (z wykresu i obliczeń)
- czy punkt (100, 198) należy do wykresu
- dla jakiego argumentu x wartość funkcji wynosi 4
- podaj wartość funkcji dla argumentu -10
- oblicz dla jakich argumentów wartości funkcji są większe od 5

Rozwiązanie to tego zadania znajdziesz na stronie:

<https://matfiz24.pl/funkcja-liniowa/sprawdzian-z-funkcji-liniowej>

Wzorując się na powyższych przykładach wykonaj następujące zadanie:

Zad. 1

Mając funkcję $y = x - 2$

- wykonaj wykres funkcji liniowej w zbiorze liczb rzeczywistych
- odczytaj z wykresu miejsce zerowe funkcji
- sprawdź na podstawie obliczeń, czy dobrze podałeś współrzędne miejsca zerowego funkcji
- podaj współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami X i Y
- dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie, a dla jakich ujemne (z wykresu i obliczeń)
- czy punkt (50, 48) należy do wykresu
- dla jakiego argumentu x wartość funkcji wynosi 4
- podaj wartość funkcji dla argumentu -10
- oblicz dla jakich argumentów wartości funkcji są większe od 5

Temat: Funkcje- zadania.

Cel lekcji:

- Utrwalenie wiadomości z działu funkcje;
- Stosowanie poznanych wiadomości w zadaniach;

Na dzisiejszej lekcji nauczymy się jak znajdować równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty. Jest to zagadnienie bardzo często wykorzystywane w geometrii analitycznej i pojawiające się na sprawdzianach oraz maturze. Poznamy dzisiaj trzy sposoby wyznaczania takiej prostej. Bardzo proszę o zapoznanie się dokładnie z przedstawionymi przykładami.

Uczniowie mogą nauczyć się tylko jednego sposobu... polecam pierwszy lub drugi bo są łatwiejsze... sposób nr 3 wymaga znajomości metod rozwiązywania układów równań.

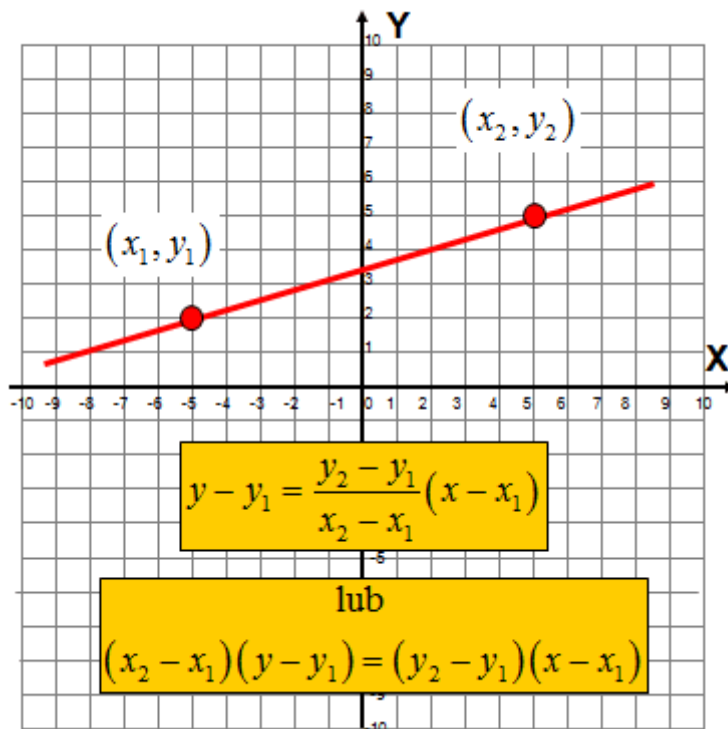
Jest kilka metod dzięki którym możesz podać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty:

- Wzory na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty
- Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty i współczynnik kierunkowy
- Metoda układu równań

Sposób I

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty jest przedstawiane zazwyczaj w dwóch równoważnych postaciach. Wzory są w żółtych ramkach.



Wzory na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

$$A=(x_1; y_1) \text{ oraz } B=(x_2; y_2)$$

Zobacz wzory:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

lub

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

Są to dwie najczęściej wykorzystywane postacie równania prostej przechodzącej przez dwa punkty.

Zadanie.

Podaj wzór funkcji liniowej przechodzącej przez dwa punkty (wykorzystaj wzór).
(2, -3) i (-5, 4)

Rozwiązanie.

Do wzoru:

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

Wstawiamy współrzędne punktów:

$$(x_1, y_1) \text{ i } (x_2, y_2)$$

$$(2, -3) \text{ i } (-5, 4)$$

Otrzymujemy wyrażenie:

$$(-5 - 2)(y - (-3)) = (4 - (-3))(x - 2)$$

Redukujemy wyrazy podobne:

$$-7(y + 3) = 7(x - 2) \quad | : (-7)$$

Rozwiązujemy równanie:

$$y + 3 = -(x - 2)$$

$$y + 3 = -x + 2$$

$$y = -x - 1$$

Ostatni wiersz jest równaniem prostej przechodzącej przez dwa punkty.

II Sposób Metoda ze współczynnikiem kierunkowym

Zadanie.

Podaj wzór funkcji liniowej przechodzącej przez dwa punkty (współczynnik kierunkowy prostej oblicz ze wzoru).

a) (3, 4) i (5, 8)

Rozwiązanie.

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ \text{a) } & (3, 4) & (5, 8) \end{matrix}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{8 - 4}{5 - 3}$$

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

$$a = 2$$

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) \\ (3, 4) \end{matrix}$$

$$y = ax + b$$

$$4 = 2 \cdot 3 + b$$

$$4 = 6 + b$$

$$b = -2$$

$$y = ax + b$$

$$y = 2x - 2$$

Odpowiedź: Wzór funkcji w postaci kierunkowej to: $y = 2x - 2$

Zadanie.

Podaj wzór funkcji przechodzącej przez dwa punkty. Współczynnik kierunkowy prostej oblicz ze wzoru. Przez jakie ćwiartki przechodzi wykres funkcji? Określ monotoniczność funkcji.

b) (-2, -3) i (4, -1)

Rozwiązanie.

$$\begin{matrix} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ (-2, -3) & (4, -1) \end{matrix}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-3)}{4 - (-2)} = \frac{-1 + 3}{4 + 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{matrix} x & y \\ \parallel & \parallel \\ (-2, -3) & a = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

$$y = a \cdot x + b$$

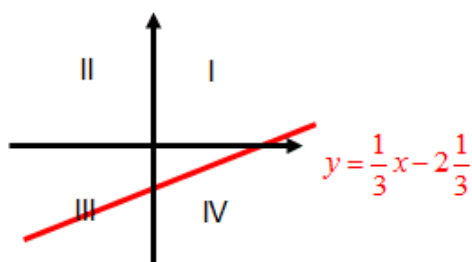
$$-3 = \frac{1}{3} \cdot (-2) + b$$

$$-3 = -\frac{2}{3} + b$$

$$-3 + \frac{2}{3} = b$$

$$b = -2\frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3}$$



Odp.: Szukany wzór funkcji ma postać: $y = \frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3}$

Funkcja jest rosnąca, ponieważ współczynnik kierunkowy a jest dodatni, funkcja przechodzi

III Sposób

Metoda wyznaczania równania prostej przechodzącej przez dwa punkty z układu równań

Załóżmy, że chcemy wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (5, 6)$ oraz $B = (7, 11)$.

Zapisujemy równanie prostej w postaci kierunkowej:

$$y = ax + b$$

Podstawiamy do tego równania współrzędne punktu A :

$$6 = a \cdot 5 + b$$

oraz punktu B :

$$11 = a \cdot 7 + b$$

W ten sposób otrzymujemy dwa równania z dwiema niewiadomymi a oraz b :

$$\begin{cases} 6 = 5a + b \\ 11 = 7a + b \end{cases}$$

Rozwiązujemy powyższy układ równań, np. odejmując równania stronami:

$$\begin{aligned} 6 - 11 &= 5a - 7a \\ -5 &= -2a \\ a &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Zatem np. z pierwszego równania:

$$b = 6 - 5a = 6 - 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{12}{2} - \frac{25}{2} = -\frac{13}{2}$$

Czyli ostatecznie szukane równanie prostej jest postaci:

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}$$

Zadanie do samodzielnego wykonania (wykonaj to zadanie jednym z wybranych sposobów):

Zadanie

Dane są punkty $A = (0, 2)$ oraz $B = (2, 1)$. Wyznacz równanie prostej AB .