Poniedziałek, 20.04.2020r.

Temat: Przesuwanie paraboli - zadania.

Cel lekcji:

- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;

Wprowadzenie :

Na poprzedniej lekcji uczyliśmy się ja przesunąć parabole postaci $y = ax^2$

Warto dla przypomnienia obejrzeć film:

https://youtu.be/8N9U7DB0XQc

Zaczniemy od zadania utrwalającego zadania z poprzedniej lekcji:

Zad. 1. Wykres funkcji $y=2x^2$ przesunięto tak, że otrzymano parabolę o wierzchołku W. Zapisz wzór funkcji, której wykresem jest ta parabola, jeśli:

a) W = (5 ; 0) c) W = (-6 ; 0) e) W = (16 ; 5)

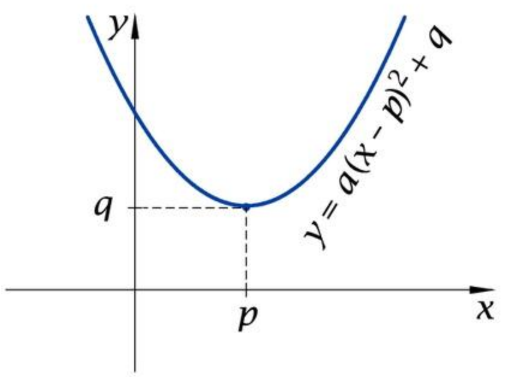
b) W = (0 ; -7) d) W = (-2 ; -4) e) W = (-2 ; 0,5)

Nauczymy się teraz jak znaleźć współrzędne wierzchołka paraboli mając dany zapis funkcji kwadratowej za pomocą wzoru.

Zaczynamy od zadania interaktywnego na stronie (przesuwamy p i q i obserwujemy jak zmienia się wierzchołek W(jak zmieniają się współrzędne) i wzór g(x))

https://www.geogebra.org/m/USUeKg4J

Notatka do zeszytu:



Wykresem funkcji

$$y = a(x-p)^2 + q, \text{ gdzie } a \neq 0$$

jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne (p, q).

Zauważ, że parabolę $y = a(x-p)^2 + q$ można otrzymać, przesuwając parabolę $y = ax^2$ tak, aby wierzchołek znalazł się w punkcie (p, q).

Zad.2

Podaj współrzędne wierzchołków następujących parabol:

$y = 2(x-2)^2 + 1$ $\quad$ $y = 3(x-3)^2 - 2$ $\quad$ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 5$ $\quad$ $y = -6(x+1)^2 - 10$

Zad. 2 str. 192

Zad. 3

a) Narysuj wykres funkcji $y = x^2$

(dla ułatwienia oglądamy film: https://youtu.be/hjEpSjpLOiI) i zapisz przedziały monotoniczności tej funkcji tj. gdzie jest rosnąca, malejąca (dla ułatwienia oglądamy film: https://youtu.be/xynR4hBdzYo) oraz zapisz gdzie jest jej miejsce zerowe

b) Narysuj wykres funkcji $y = 3x^2$ i zapisz przedziały monotoniczności tej funkcji oraz zapisz gdzie jest jej miejsce zerowe

Uwaga!!! $f(x) = 3x^2$

niech $x = 1$, *mamy* $f(1) = 3\cdot 1^2 = 3\cdot 1 = 3$ *itp.*

Zad. 7, 8 str. 193

Wtorek, 21.04.2020r.

Temat: Przesuwanie paraboli - zadania.

Cel lekcji:

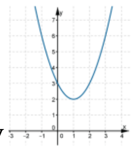
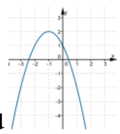
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;

Pamiętamy z poprzednich zajęć, że

Wykresem funkcji

$$y = a(x - p)^2 + q, \text{ gdzie } a \neq 0$$

jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne (p, q).

Wiemy już, że jeżeli *a>0* to ramiona paraboli skierowane są do góry  , aj jeżeli *a<0* to ramiona paraboli skierowane są do dołu  .

Zad. 10 str. 193 (Dwa przykłady są wykonane… pozostałe robicie samodzielnie na ten sam wzór)

pkt b

$$y = -\frac{3}{10}x^2 + 12$$

Parabola ma zatem wierzchołek w punkcie (0;12)

Ponieważ *a<0* zatem ramiona paraboli skierowane są do dołu, zatem

funkcja f jest rosnąca dla $x \in (-\infty; 0\rangle$, a malejąca dla $x \in \langle 0; +\infty)$

pkt c

$$y = 1{,}4(x - 48)^2$$

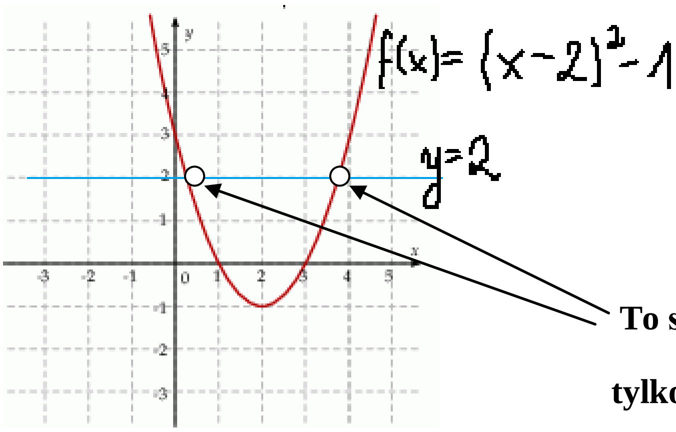
Parabola ma zatem wierzchołek w punkcie (48;0)

Ponieważ *a>0* zatem ramiona paraboli skierowane są do góry, zatem

funkcja f jest malejąca dla $x \in (-\infty; 48\rangle$, a rosnąca dla $x \in \langle 48; +\infty)$,

Przykład 1

Rysujecie w układzie współrzędnych parabolę i prostą a potem szukacie punktów wspólnych



To są punkty wspólne, nie wpisujecie ich wartości tylko zapisujemy: „dwa punkty wspólne"

<u>Do zrobienia samodzielnego</u>

Zad. 11 str. 193

Przykład 2

Znajdź wzór funkcji której wykresem jest parabola o wierzchołku *S = (3;-7)* przechodząca przez punkt (5 ; 9)

Współrzędne wierzchołka paraboli:

$$S = (p, q) = (3, -7)$$

Podstawiając do postaci kanonicznej:

$$y = a(x - p)^2 + q \Rightarrow y = a(x - 3)^2 - 7$$

Jeśli przechodzi przez punkt $(\overset{x}{5},\overset{y}{9})$ to:

$$\overset{y}{9} = a(\overset{x}{5} - 3)^2 - 7$$

$$9 = 4a - 7$$

$$4a = 16$$

$$a = 5$$

Prosta ma postać kanoniczną:

$$y = 4(x - 3)^2 - 7$$

<u>Do zrobienia samodzielnego</u>

Zad. 14, 15 str.194

Piątek, 24.04.2020r.

Temat: Funkcja kwadratowa.

Cel lekcji:

Uczeń:

- wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej ;

Na dzisiejszej lekcji nauczymy się postaci ogólnej funkcji kwadratowej oraz jak z postaci kanonicznej przechodzić do postaci ogólnej i odwrotnie.

Dzisiejszą lekcję rozpoczynamy od obejrzenia filmu:

https://youtu.be/w2wk746ce0Q

Wykonujemy notatkę do zeszytu:

Każdą funkcję, której wzór można zapisać w postaci $y = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b i c są danymi liczbami rzeczywistymi i $a \neq 0$, nazywamy **funkcją kwadratową**. Wykresem funkcji kwadratowej jest parabola.

$$\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$$

postać ogólna

$$\boldsymbol{y = a(x - p)^2 + q}$$

postać kanoniczna

Przykłady wzorów funkcji kwadratowej:

w postaci ogólnej	w postaci kanonicznej
$y = x^2 + 6x + 7$	$y = (x + 3)^2 - 2$
$y = 3x^2 - 42x + 147$	$y = 3(x - 7)^2$
$y = 5x^2 - 10x$	$y = 5(x - 1)^2 - 5$

Współrzędne (x_w, y_w) wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$, można obliczyć ze wzorów:

$$x_w = \frac{-b}{2a} \qquad y_w = \frac{-\Delta}{4a} \qquad (\text{gdzie } \Delta = b^2 - 4ac)$$

<u>Zadania do samodzielnego wykonania:</u>

Zad. 1 str. 200

W zadaniu tym musimy uporządkować funkcję według wzoru: $y = ax^2 + bx + c$ a następnie odczytać współczynniki *a,b,c.*

Uwaga! Tak jak w przypadku równań kwadratowych trzeba tu również pamiętać o odpowiedniej kolejności.

Np. $y = 3x^2 + 2x$

Zatem $a = 3 \quad b = 2 \quad c = 0$

Zad. 2 str. 200

W zadaniu tym musimy uporządkować funkcję według wzoru: $y = ax^2 + bx + c$

podstawiając odpowiednie wartości za *a,b i c.*

Zad. 4 str. 200

W zadaniu tym musimy przyporządkować odpowiednie wykresy i wzory do siebie.

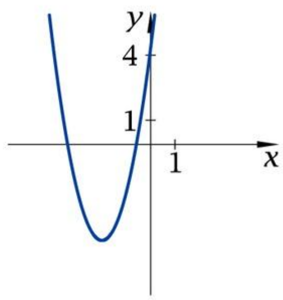
Pamiętajcie o współczynniku *a* (Wiemy już, że jeżeli $a>0$ to ramiona paraboli skierowane są do góry, aj jeżeli $a<0$ to ramiona paraboli skierowane są do dołu).

Warto skorzystać tu również z własności:

Gdy wzór funkcji kwadratowej zapisany jest w postaci ogólnej, łatwo z niego odczytać współrzędne punktu przecięcia wykresu z osią y.

Wykres funkcji $y = ax^2 + bx + c$ przecina oś y w punkcie $(0, c)$.

$y = 2x^2 + 8x + 4$



Zadanie kolejne wykonamy według tego przykładu:

$$y = -2x^2 + 8x - 4$$

a = -2
b = 8
c = -4

Ponieważ we wzorze na drugą współrzędną pojawia się wyróżnik (Δ), musimy go obliczyć. Zrobimy to w pierwszej kolejności:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\cdot(-2)\cdot(-4) = 64 - 32 = 32$$

Teraz możemy obliczyć współrzędne wierzchołka, podstawiając określone wartości do wzorów:

$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2\cdot(-2)} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-32}{4\cdot(-2)} = \frac{-32}{-8} = 4$$

$$W = (2,\ 4)$$

Zad. 5 a, b str. 200

Zadanie kolejne wykonamy według tego przykładu:

Sprowadź do postaci kanonicznej funkcję kwadratową daną w postaci ogólnej $f(x) = -x^2 + 5x - 7$.

$a=-1 \quad b=5 \quad c=-7$

Rozwiązanie:

Jednym ze sposobów rozwiązania tego zadania jest obliczenie wielkości występujących we wzorze na postać kanoniczną:

$$f(x) = a\cdot(x-p)^2 + q$$

$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2{,}5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 28 = -3$$

$$q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

Postać kanoniczna:

$$f(x) = -(x-2{,}5)^2 - 0{,}75$$

Zad. 7 a, c str. 200 (pomoc jest w filmie)