

Poniedziałek, 11.05.2020r.

Temat: Nierówności kwadratowe.

Cel lekcji:

Uczeń:

- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;

Przypomnijmy sobie naszą tabelkę:

Aby rozwiązać nierówność kwadratową:

1. uporządkować trójmian kwadratowy,
2. wyznaczyć miejsca zerowe trójmianu kwadratowego,
3. naszkicować parabolę,
4. podać zbiór rozwiązań nierówności.

Zadania do samodzielnego wykonania:

Przykład (pomoc do kolejnego zadania)

Dla jakich argumentów wartości funkcji są mniejsze od 6

$$x = ?, \quad y < 6$$

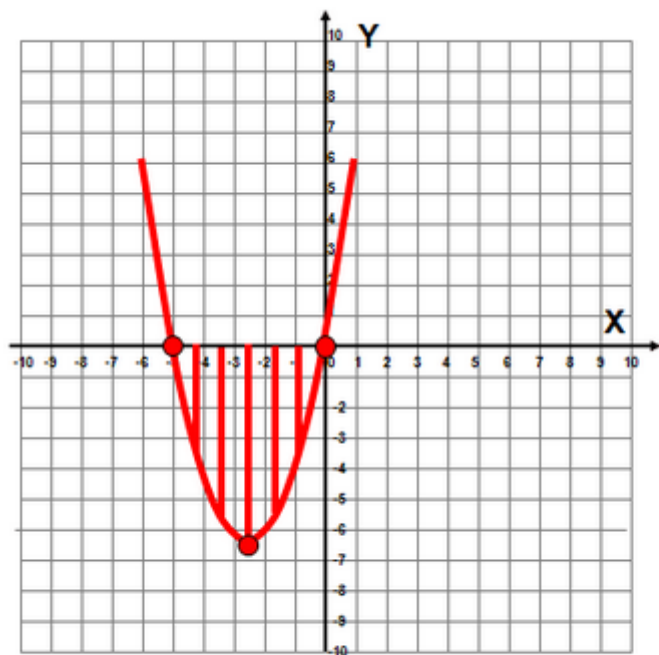
$$y = x^2 + 5x + 6$$

$$x^2 + 5x + 6 < 6$$

$$x^2 + 5x < 0$$

$$x(x + 5) < 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -5$$



Odp.: Dla $x \in (-5, 0)$

Zadanie 5 a, b str. 211

Zadanie 1. (1pkt) Rozwiązaniem nierówności $x^2 - 36 < 0$ jest:

- A** $x = -6 \vee x = 6$
- B** $x \in (-6; 6)$
- C** $x \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$
- D** $x \in \emptyset$

Zadanie 2. (1pkt) Rozwiązaniem nierówności $(x - 10)(x + 6) > 0$ jest:

- A** $x \in (-\infty; -10) \cup (6; +\infty)$
- B** $x \in (-\infty; -6) \cup (10; +\infty)$
- C** $x \in (-10; 6)$
- D** $x \in (-6; 10)$

Zadanie 3. (1pkt) Jeżeli równanie $x^2 + 2x - 15 = 0$ ma dwa rozwiązania $x = -5$ oraz $x = 3$, to rozwiązaniem nierówności $x(x + 2) \leq 15$ będzie przedział:

- A** $x \in \langle -5; 3 \rangle$
- B** $x \in (-\infty; -5) \cup \langle 3; +\infty \rangle$
- C** $x \in (-\infty; -5)$
- D** $x \in \langle 3; +\infty \rangle$

Zadanie 4. (1pkt) Nierówność $x^2 - 4x + 6 > 0$ nie ma rozwiązań, bo podczas wykonywania obliczeń wyjdzie nam ujemna delta.

- A** Prawda
- B** Fałsz

Zadanie 7 str. 212

Podpowiedź do tego zadania

Dana jest funkcja $f(x) = 2x + 2$ i $g(x) = 0,5x^2 - 2$ dla jakich argumentów wartości funkcji f ma większe od wartości funkcji g .

Aby znaleźć rozwiązanie tego zadania musimy rozwiązać następującą nierówność:

$$2x + 2 > 0,5x^2 - 2$$

Wtorek, 12.05.2020r.

Temat: Zastosowania funkcji kwadratowej.

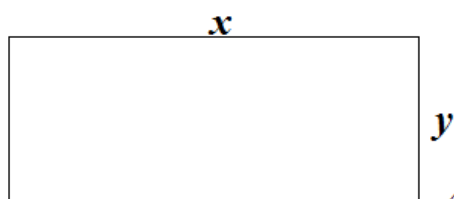
Cel lekcji:

Uczeń:

- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);

Przykład

Pan Michał ma 60 m siatki i chce ogrodzić prostokątną działkę tak, aby jej pole było możliwie największe. Jakie wymiary powinien mieć wyгородzony prostokąt.



Korzystamy ze wzoru na odwód prostokąta i wyznaczamy y

$$2x + 2y = 60$$

$$2y = 60 - 2x \quad /:2$$

$$y = 30 - x$$

Aby pole było jak największe podstawiamy pod wzór na pole prostokąta:

$$P = x \cdot y = x(30 - x) = 30x - x^2 = -x^2 + 30x$$

Następnie szukamy miejsc zerowych powstałej funkcji

$$-x^2 + 30x = x(30 - x) = (x - 0)(x - 30)$$

korzystając z postaci iloczynowej łatwo odczytać, że miejscami zerowymi są 0 i 30

Szkicujemy wykres funkcji kwadratowej:

Jak widzimy z wykresu funkcja osiąga wartość największą i jest to wierzchołek paraboli.

Wystarczy teraz obliczyć p z wzoru

$$p = \frac{-b}{2a}$$

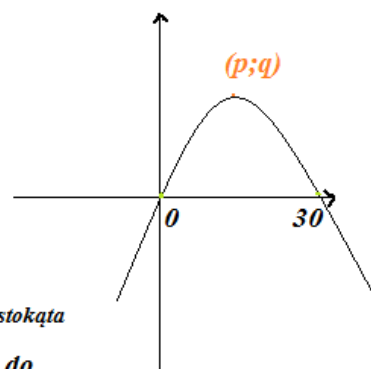
$p = 15$ jest to jednocześnie x , czyli nasz szukany bok prostokąta

Obliczamy teraz długość drugiego boku podstawiając do zależności

$$y = 30 - x$$

$$\text{zatem } y = 30 - 15$$

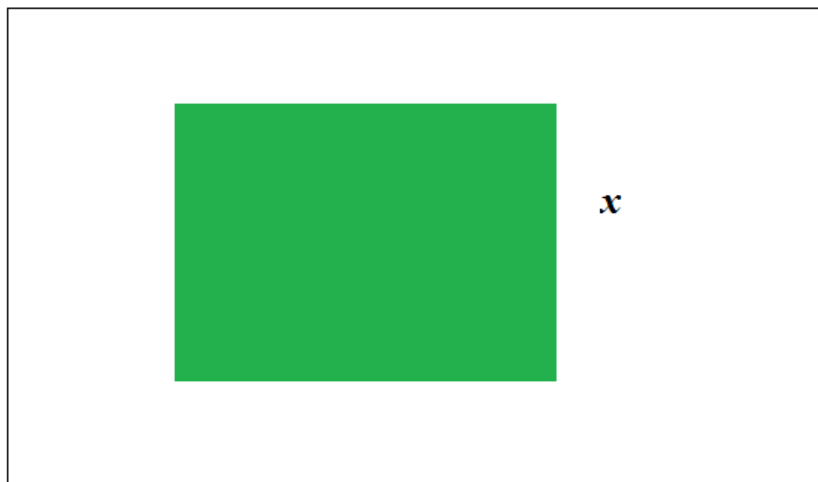
$$y = 15$$



Odp. Prostokąt o bokach 15m x 15m będzie miał największe pole.

Zadanie 1

Pani Ania ma 80 cm siatki i chce ogrodzić prostokątny klomb tak, aby jego pole było możliwie największe. Jakie wymiary powinien mieć wyгородzony klomb.



Zadanie kolejne robimy w ten sam sposób jak zadanie z przykładu:

Zadanie 1

Pan Karol ma 100 cm drutu i chce zbudować prostokątną ramkę tak, aby jej powierzchnia była największa. Jakie wymiary powinna mieć ramka.



Zadanie 5 str. 215

Zadanie 7 str. 215

Piątek, 13.05.2020r.

Temat: Zastosowania funkcji kwadratowej.

Cel lekcji:

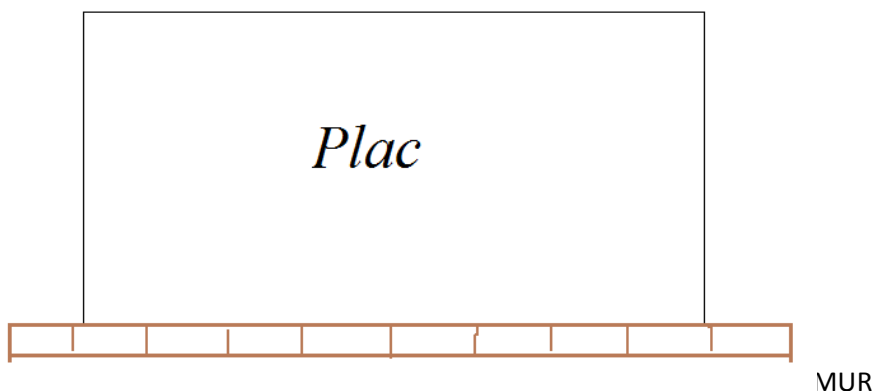
Uczeń:

- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);

Zadania do samodzielnego wykonania:

Zadanie 1 (zadanie to wykonujemy tak jak zadania na lekcji wtorkowej pomijając jedną ścianę, której nie musimy grodzić bo przylega do muru)

Siatką drucianą o długości 60m należy ogrodzić prostokątny plac przylegający jednym bokiem do muru. Jakie wymiary powinien mieć plac, aby jego pole powierzchni było największe?



Zadanie 9 str. 216

- a) Ponieważ powstały klomb ma mieć boki zmniejszone z każdej strony o x możemy ich długość zapisać jako: $20-2x$ oraz $30-2x$

Podstawiamy do wzoru na pole prostokąta

$$(20-2x) \cdot (30-2x) \leq \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30$$

Wykonując odpowiednie przekształcenia dochodzimy do postaci, którą można uprościć dzieląc całe równanie przez 4

$$4x^2 - 100x + 300 \leq 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 25x + 75 \leq 0$$

następnie wystarczy obliczyć deltę i miejsca zerowe

$$\sqrt{\Delta} \approx 18,03$$

$$x_1 \approx 3,49$$

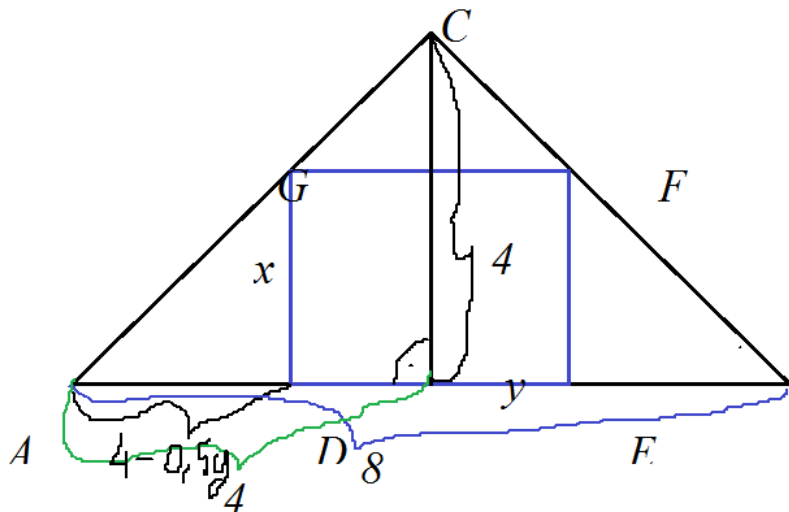
$$x_2 \approx 21,52 \leftarrow \text{ten wynik odpada, bo liczba jest za duża}$$

Zatem szerokość klombu powinna wynosić 3,49 metra.

- b) do samodzielnego wykonania

Przykład pomocny w Zadaniu 11 str. 216

Dany jest trójkąt prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej 8. Wpisano w niego prostokąt. Jakie może być największe pole tego prostokąta?



Z podobieństwa trójkątów ABC i ADG mamy

$$\frac{x}{4-0,5y} = \frac{4}{4}$$

$$y = -2x + 8$$

Zatem mamy

$$P = xy = x(-2x + 8)$$

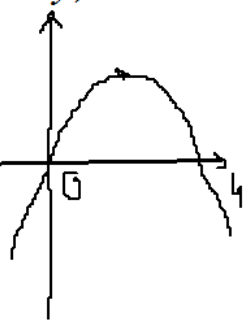
Obliczamy teraz miejsca zerowe

(wykorzystując postać iloczynową mamy, że miejsca zerowe to 0 i 4)

Szukamy zatem wierzchołka paraboli

$$p = 2$$

$q = 8$ (nie spełnia warunków zadania bo rozwiązanie musi być z przedziału $(0; 4)$)



Zatem $x = p = 2$

$$y = -2x + 8 = 4$$

Odp. Największe pole będzie miał prostokąt o bokach 2cm x 4cm.