Poniedziałek, 08.06.2020r.

Temat: Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30^o, 45^o, 60^o.

Cel lekcji:

Uczeń:

- wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°;

- korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);

- oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);

- korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi;

Dzisiejszą lekcję rozpoczynamy od obejrzenia filmów:

https://youtu.be/_JhMCrCtw9M

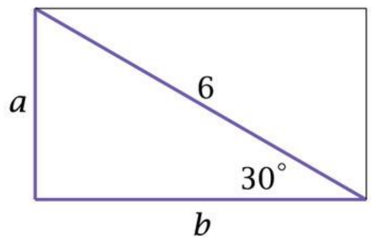
https://youtu.be/9dIGRWSq6AM

Notatka do zeszytu:

kąt	30°	60°	45°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\mathrm{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1

Przykład do zeszytu:

P Oblicz długości boków prostokąta przedstawionego na rysunku.



$\frac{a}{6} = \sin 30^\circ$ $\qquad$ $\frac{b}{6} = \cos 30^\circ$

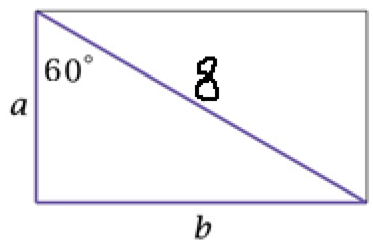
$\frac{a}{6} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{b}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a = 3$ $\qquad$ $b = 3\sqrt{3}$

Korzystamy z wartości funkcji trygonometrycznych kąta 30°.

Zadanie 1

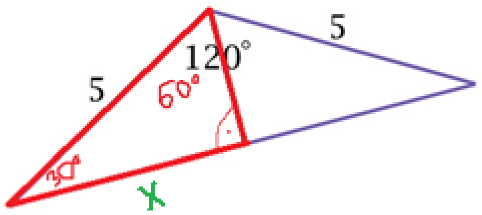
Oblicz długości boków prostokąta przedstawionego na rysunku.



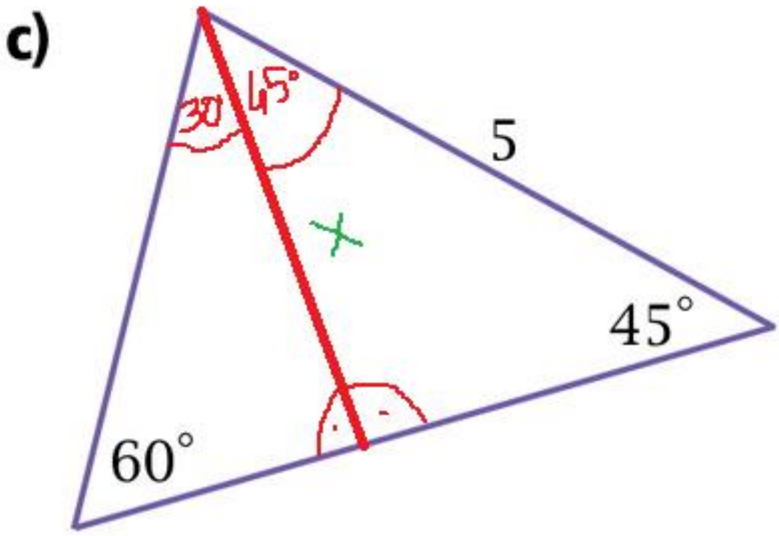
Zad. 1a,b str. 248

Zad. 2 a,c str. 248

a)

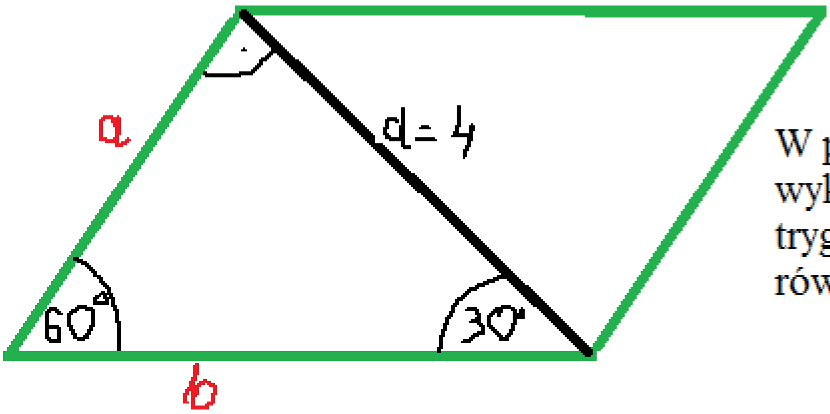


W zadaniu tym musimy obliczyć długość odcinka x korzystając z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej. Po obliczeniu x wystarczy pomnożyć go przez 2, aby uzyskać długość podstawy.

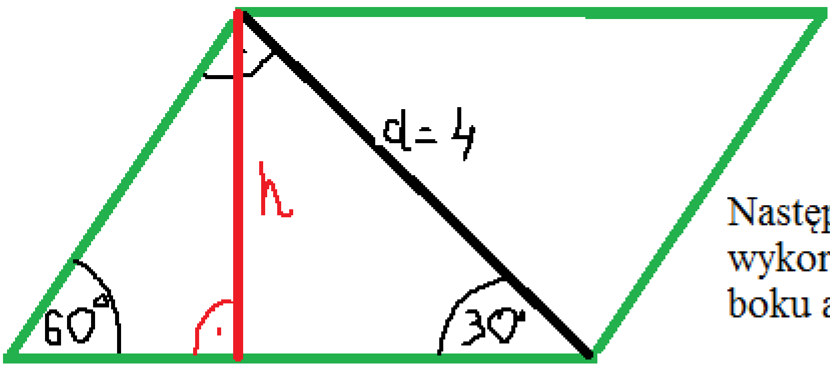


Do obliczenia wszystkich boków trójkąta należy najpierw obliczyć długość odcinka x korzystając z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej. Następnie liczymy pozostałe boki.

Zad. 6 str. 249



W pierwszym kroku szkamy, wykorzystując funkcje trygonometryczne boków równoległoboku a i b.



Następnie szukamy wysokości h wykorzystując znalezioną długość boku a oraz funkcję sin.

Wtorek, 09.06.2020r.

Temat: Związki między funkcjami trygonometrycznymi.

Cel lekcji:

Uczeń:

- stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \qquad \mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\text{oraz} \quad \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha;$$

- znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego;

Dzisiejszą lekcję zaczynamy od filmów:

https://youtu.be/N-SFtVnHlLc

https://youtu.be/tfarfJ2bbV0

Notatka do zeszytu:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Obok zapisano dwie **tożsamości trygonometryczne**, czyli równości, które są prawdziwe dla dowolnego kąta ostrego α. Pierwsza z tych równości jest czasem nazywana jedynką trygonometryczną.

Przykład do zadania 1 str. 252

P Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{5}{13}$. Oblicz $\cos\alpha$ i $\mathrm{tg}\,\alpha$.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

Ponieważ cosinus kąta ostrego α jest dodatni, więc pomijamy rozwiązanie $\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$.

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{5}{13} : \frac{12}{13} = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$$

Zadanie do samodzielnego wykonania

Zadanie 1 str. 252

Przykład do zadania 2 str. 252

Czy istnieje kąt α, dla którego $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ oraz $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$?

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin^2\alpha = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

$$\cos^2\alpha = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

Istnieje kąt α, dla którego $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ oraz $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Zadanie do samodzielnego wykonania

Zadanie 2 str. 252

Przykład do zadania 12 str. 262

P

Sprawdź tożsamość $\frac{1-\sin\alpha}{\sin\alpha} \cdot \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$.

$$\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

Przekształcamy lewą stronę równości tak, aby otrzymać prawą stronę.

Zadanie do samodzielnego wykonania

Zadanie 12 str. 262

Notatka do zeszytu:

Porównując wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych tego samego trójkąta prostokątnego, otrzymamy równości, które zostały zapisane obok.

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Przykład do zadania 7 str. 252

P

a) Zapisz w prostszej postaci iloczyn $\operatorname{tg} 37^\circ \cdot \sin 53^\circ$.

$$\operatorname{tg} 37^\circ \cdot \sin 53^\circ = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} \cdot \sin(90^\circ - 37^\circ) = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} \cdot \cos 37^\circ = \sin 37^\circ$$

Zadanie do samodzielnego wykonania: zadanie 7 pkt. a str. 252(dla chętnych pkt. b i c)